Prof. Dr. Alfred Toth

Die Struktur von AFA-Zeichenklassen

1. Dass man die von Peirce relational und ordinal (logisch und mathematisch) eingeführte Definition des Zeichens auch mengentheoretisch fassen kann, ist natürlich alles andere als neu. Allerdings ist das Zeichen nicht einfach eine Menge, bestehend aus M, O und I oder aus {M}, {O} und {I}, sondern das Verhältnis von Ober- und Untermengen muss natürlich dem Inklusionsprinzip der relational-ordinalen Definition folgen, wie sie Bense (1979, S. 53) bisher am klarsten gegeben hatte:

$ZR = (M, ((M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I))) \cong$

$ZR = \{M, \{\{M, O\}, \{M, O, I\}\}\}$.

Wie man sieht, gibt es also in einer ZR drei mengentheoretische Einbettungs-ebenen:

1. $\{X\{\_\__{.3}$

2. $\{X\{\ \{\_\__{.2}$

3. $\{X\{\{\{\_\__{.1}$,

und zwar für jede der drei trichotomischen Peirce-Zahlen eine, während die Position von X ($X \in \{1., 2., 3.\}$) jeweils für eine der drei triadischen Peirce-Zahlen reserviert ist.

2. Der Ausgangspunkt für diese, wie man sehen wird, sehr nützliche Unterscheidung liegt im Umstand, dass „gebrochene“ Kategorien (die durch kartesische Multiplikation „ganzer“ Kategorien entstehen), in jeglicher Beziehung fragwürdig sind. Während allerdings eine Teilmenge von ihnen

(1.1)

(2.1), (2.2)

(3.1), (3.2), (3.3),

also die Menge aller Subzeichen (a.b) mit b <= a, wenigstens valenztheoretisch korrekt gebildet sind (so kann z.B. in (3.1) die Drittheit eine Erstheit binden), sind die übrigen Subzeichen vollends unsinnig, denn z.B. wie sollte in (1.2) die Erstheit eine Zweitheit binden?

Man kann solche unsinnigen relationalen Bindungen allerdings dadurch „retten“, dass man, wie wir es oben taten, verschiedene Einbettungsebenen für die gebundenen trichotomischen Peirce-Zahlen annimt:

(a.1) = {1, {{{1}}}}

(a.2) = {1, {{2}}}

(a.3) = {1, {3}}

Genuine Subzeichen (identitive Morphismen) könnte man aber auch einfacher behandeln, vgl.

(1.1) = {1, 1}, (2.2) = {2, 2}, (3.3.) = {3, 3},

denn nach Aczels AFA (1988, S. 6) gilt

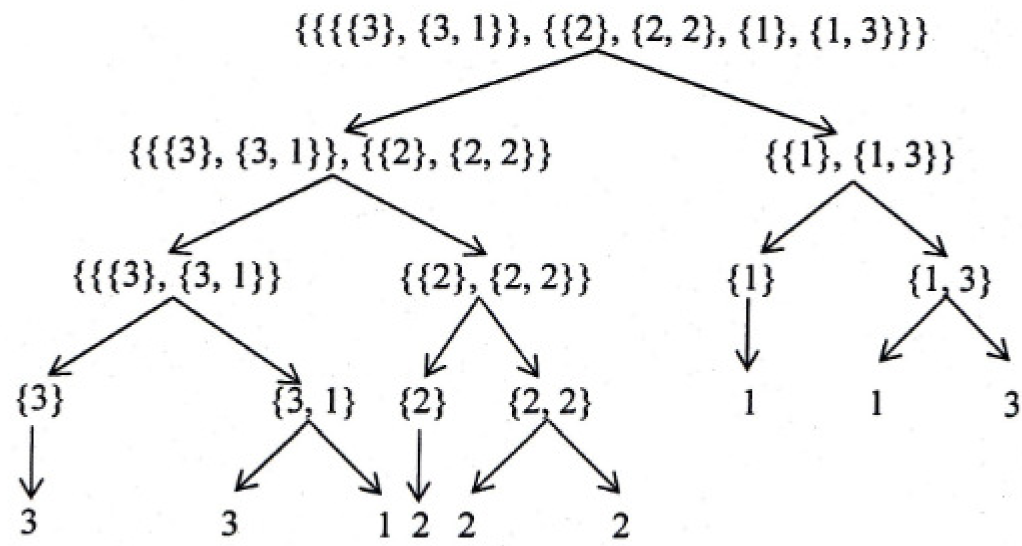
Ω = {Ω} = {Ω, Ω},

d.h. die im Zermelo-Fraenkelschen System (mit FA) paradoxe Menge, die sich selbt enthält, ist in einem AFA-System nicht nur existent, sondern sogar eindeutig bestimmt. Das bedeutet also

(1.1) = {1, 1} = {1},

und das ist ja gerade die genuine Erstheit (bzw. Zweitheit, Drittheit).

3. Wie bereits in Toth (2006, S. 19) gezeigt worden waren, wird eine Zeichenklasse wie z.B. (3.1 2.2 1.3) in einer mengentheoretischen Semiotik mit AFA anstatt FA wie folgt abgeleitet:



Damit ergeben sich als allgemeine zugrunde liegende Strukturen:

(1) für Zkln: (3.3.a 2.2.b 1.1.c)

(2) für Rthn: (c.11 b.2.2 a.3.3)

Berücksichtigen wir wieder die verschiedenen Einbettungsebenen, bekommen wir

(3) für die Triaden: $\{\{a\ {}_3\{{}_2\{{}_1 b\ {}_1\}_2\}_3\}$

(4)für die Trichotomien: $\{\{b\ {}_1\{{}_2\{{}_3 a\ {}_3\}_2\}_1\}$

Das Inklusionsgesetz der Linearität der Trichotomien lässt sich danach wie folgt formulieren:

ZR = $\{\{3\{{}_3\{{}_2\{{}_1 a\ {}_1\}_2\}_3\}, 2\{{}_3\{{}_2\{{}_1 b\ {}_1\}_2\}_3\}\ 2\{{}_3\{{}_2\{{}_1 c\ {}_1\}_2\}_3\}$

mit $\{{}_3\{{}_2\{{}_1 a\ {}_1\}_2\}_3\} \leq \{{}_3\{{}_2\{{}_1 b\ {}_1\}_2\}_3\} \leq \{{}_3\{{}_2\{{}_1 c\ {}_1\}_2\}_3\}$.

Bibliographie

Acel, Peter, Non well founded sets. Cambridge, 1988

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl Klagenfurt 2008

10.7.2010